

单元素养测评卷(一)

第一章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, 下列表示错误的是 ()

- A. $1 \in A$ B. $\emptyset \subseteq A$
C. $\{-1\} \in A$ D. $A = \{-1, 1\}$

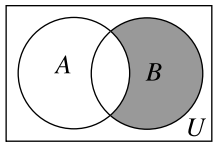
2. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{0, 4\}$ B. $\{1, 5\}$
C. $\{0, 2, 4\}$ D. $\{0, 2, 5\}$

3. “ $a + b > 2c$ ”的一个充分条件是 ()

- A. $a > c$ 或 $b > c$
B. $a > c$ 且 $b < c$
C. $a > c$ 且 $b > c$
D. $a > c$ 或 $b < c$

4. 已知全集 $U = \mathbf{Z}$, $A = \{x | x^2 = x\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则图中阴影部分所表示的集合为 ()



- A. $\{-1, 2\}$ B. $\{-1, 0\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{1, 2\}$

5. 设 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x + 1 \geq 0$, 则 p 的否定为 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 \geq 0$
B. $\exists x \in \mathbf{R}, x + 1 < 0$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 < 0$
D. $\exists x \notin \mathbf{R}, x + 1 \geq 0$

6. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 则“ $\triangle ABC$ 不是直角三角形”是“ $a^2 + b^2 \neq c^2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

7. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$, 若集合 A 为单元素集, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1
C. 0 或 1 D. -1 或 0 或 1

8. 已知集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | 3 - 2x > 0\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$
B. $A \cap B = \emptyset$
C. $A \cup B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$
D. $A \cup B = \mathbf{R}$

9. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x + y | x \in A, y \in A\}$, $C = \{x - y | x \in A, y \in A\}$, 则 ()

- A. $B = C$ B. $B \subsetneq C$
C. $B \cap C = \emptyset$ D. $B \cup C = A$

10. 若集合 A 同时具有以下三个性质: (1) $0 \in A, 1 \in A$; (2) 若 $x, y \in A$, 则

$x - y \in A$; (3) 若 $x \in A$ 且 $x \neq 0$, 则 $\frac{1}{x} \in A$. 则称 A 为“好集”. 已知命题:

①集合 $\{1, 0, -1\}$ 是“好集”; ②对任意一个“好集” A , 若 $x, y \in A$, 则 $x + y \in A$. 以下说法正确的是 ()

- A. ①和②均为真命题
B. ①和②均为假命题
C. ①为真命题, ②为假命题
D. ①为假命题, ②为真命题

二、填空题:本题共 5 小题,每小题 5 分,共 25 分.

11. 用列举法表示集合 $A = \{x | 3x - 1 \leq 11, x \in \mathbf{N}\} =$ _____.

12. 满足关系式 $\{2, 3\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数是 _____.

13. 若集合 $A = \{x | x^2 - ax + 1 = 0\} = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 _____.

14. 已知 $p: \forall x \in \{x | x < 2\}, \frac{3}{x-2} < 1$, 则 p 的否定为 _____, 为真命题的是 _____ (填“ p ”或“ p 的否定”).

15. 设 A, B 是 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 定义: $m = \begin{cases} 0, & x \notin A, \\ 1, & x \in A, \end{cases} n = \begin{cases} 0, & x \notin B, \\ 1, & x \in B. \end{cases}$ 若 $A \subseteq B$, 则对任意 $x \in \mathbf{R}$, $m(1 - n) =$ _____; 若对任意

$x \in \mathbf{R}, m + n = 1$, 则 A, B 的关系为 _____.

三、解答题:本题共 6 小题,共 85 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (13 分) 已知集合 $A = \{-4, a^2\}$, $B = \{a - 1, 1 - a, 9\}$, $A \cap B = \{9\}$.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 写出集合 A 的所有子集.

17. (14 分) 已知 p : 方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 有两个不相等的负实数根, q : 方程 $x^2 - 2x + \frac{1}{2} + m = 0$ 无实数根.

(1) 若 p, q 均为真命题, 求实数 m 的取值范围;

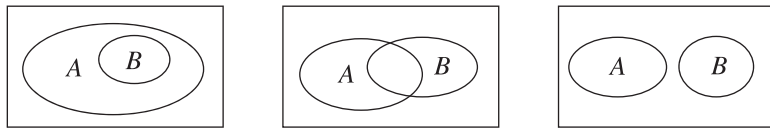
(2) 若 p, q 中有一个为真命题, 一个为假命题, 求实数 m 的取值范围.



18. (14 分) 已知集合 $A = \{a^2, a+1, 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 7x + 12 = 0\}$, $C = \{x \mid mx + 1 = 0\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \{4\}$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $B \cup C = B$, 求实数 m 的值.

19. (14 分) [2023 · 密云期末] 已知集合 $M = \left\{x \mid \frac{x}{2} \geq a\right\}$, $N = \{x \mid -1 \leq x < 4\}$.
- (1) 当 $a = 1$ 时, 求 $M \cap N, M \cup N$;
- (2) 当 $a = 0$ 时, 求 $M \cap (\complement_{\mathbf{R}} N)$;
- (3) 当 $N \subseteq M$ 时, 求 a 的取值范围.

20. (15 分) 我们知道, 如果集合 $A \subseteq S$, 那么把 S 看成全集时, S 的子集 A 的补集为 $\complement_S A = \{x \mid x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$. 类似地, 对于集合 A, B , 我们把集合 $\{x \mid x \in A, \text{ 且 } x \notin B\}$ 叫作集合 A 与 B 的差集, 记作 $A - B$. 据此回答下列问题:
- (1) 若 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 求 $A - B$;
- (2) 在下列各图中用阴影表示集合 $A - B$;



- (3) 若集合 $A = \{x \mid 0 < ax - 1 \leq 5\}$, 集合 $B = \left\{x \mid -\frac{1}{2} < x \leq 2\right\}$, 且 $A - B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

21. (15 分) 已知集合 $S = \{1, 2, \dots, n\}$ ($n \geq 3$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$), $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, 且 $A \subseteq S$. 若对任意 $a_i \in A, a_j \in A$ ($1 \leq i \leq j \leq m$), 当 $a_i + a_j \leq n$ 时, 存在 $a_k \in A$ ($1 \leq k \leq m$), 使得 $a_i + a_j = a_k$, 则称 A 是 S 的 m 元完美子集.
- (1) 判断下列集合是否为 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的 3 元完美子集, 并说明理由.
- ① $A_1 = \{1, 2, 3\}$;
- ② $A_2 = \{2, 4, 5\}$.
- (2) 若 $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ 是 $S = \{1, 2, \dots, 7\}$ 的 3 元完美子集, 求 $a_1 + a_2 + a_3$ 的最小值.